Prof. Dr. Alfred Toth

Rand und Grenze bei M.C. Escher

1. Ein Paar von gerichteten Objekten kann folgende vier Strukturen von Grenzen

$$\begin{array}{ccc} [X \mid_{X,Y} Y] & \neq & [X \mid_{Y,X} Y] \\ \neq & & \neq \\ [Y \mid_{X,Y} X] & \neq & [Y \mid_{Y,X} X] \end{array}$$

eingehen. Nach Toth (2013) ergibt sich als zugehöriger Rand

$R_{X,Y} = \{[X \mid_{X,Y} Y], [X \mid_{Y,X} Y], [Y \mid_{X,Y} X], [Y \mid_{Y,X} X]\}$

als Menge aller perspektivischen Relationen mit

$G \subset R \subset [S, U]$.

Bei zwei Paaren gerichteter Objekte ergibt sich entsprechend

$[[X_1 \mid_{X1,Y2} Y_2], [X_3 \mid_{X3,Y4} Y_4]] \subset S^*$,

aufgefaßt als Teilmenge eines n-tupels gerichteter Objekte. Für zwei Paare gerichteter Objekte ergeben sich also bereits die folgenden neun Strukturen von Grenzen

$[[X_1 \mid_{X1 < Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 < Y4} Y_4]]$ $\quad$ $[[X_1 \mid_{X1 > Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 < Y4} Y_4]]$

$[[X_1 \mid_{X1 < Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 > Y4} Y_4]]$ $\quad$ $[[X_1 \mid_{X1 > Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 > Y4} Y_4]]$

$[[X_1 \mid_{X1 < Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 = Y4} Y_4]]$ $\quad$ $[[X_1 \mid_{X1 > Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 = Y4} Y_4]]$

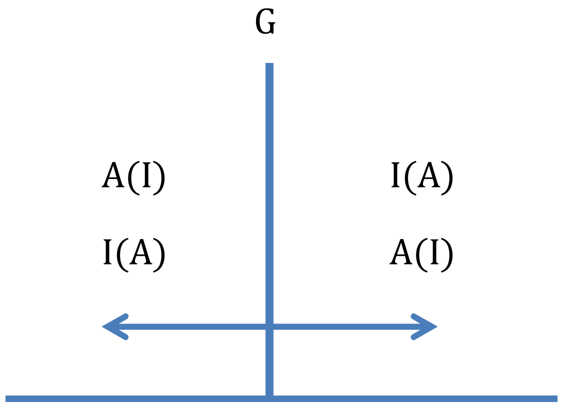
$[[X_1 \mid_{X1 = Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 < Y4} Y_4]]$

$[[X_1 \mid_{X1 = Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 > Y4} Y_4]]$

$[[X_1 \mid_{X1 = Y2} Y_2] \square [X_3 \mid_{X3 = Y4} Y_4]]$,

wobei gilt: $\square \in \{<, >, =\}$.

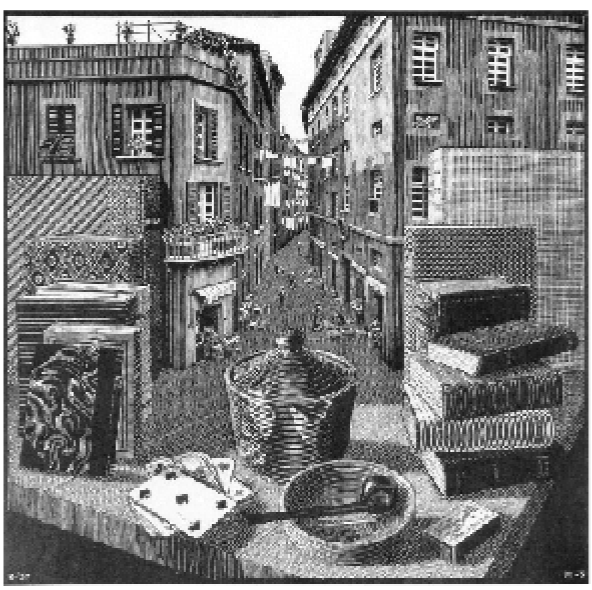
2. Allen n-tupeln gerichteter Objekte ($n \geqq 1$) liegt somit eine systemische Struktur zugrunde, die man wie folgt skizzieren könnte



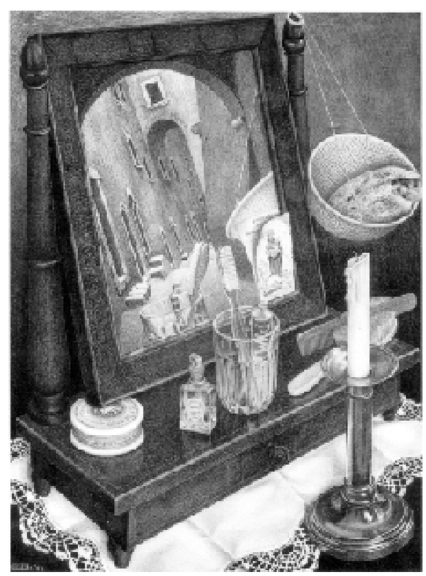
zusammen mit einem Perspektivitätsoperator

$\pi(A(I)) = I(A)$,

der natürlich nichts anderes als der Negator der klassischen Logik ist. Wenn wir dagegen einen Blick auf die folgenden beiden Bilder M.C. Eschers werfen

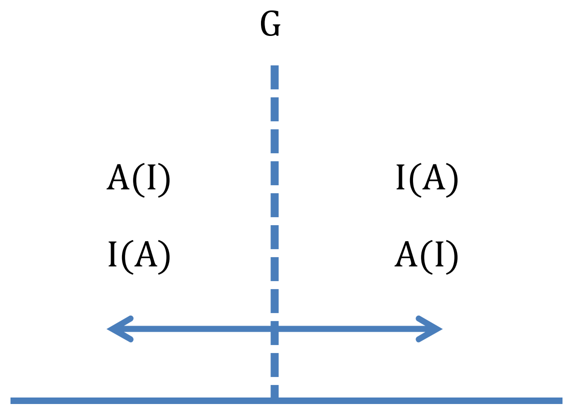


"Stilleben mit Straße"



"Stilleben mit Spiegel"

dann erkennt man, daß die klassische systemische Struktur keineswegs gilt, sondern daß ihnen eine Struktur wie die folgende zugrunde liegt



in der die Grenze (zwischen Außen und Innen) quasi permeabel geworden ist und in der der zugehörige klassische Perspektivitätsoperator außer Kraft gesetzt ist. Stattdessen finden wir in Eschers Bildern die klassisch gesehen unsinnigen Operationen

$\rho(A(I)) = A(I)$

$\rho(I(A)) = I(A)$,

in denen der ρ-Operator somit keineswegs im Sinne der klassischen Logik als Identitätsoperator mißverstanden werden darf. Was die beiden Gleichungen besagen, ist: Außen ist gleichzeitig Innen, und (demzufolge) ist Innen gleichzeitig Außen. Erst wenn man das begriffen hat, versteht man auch, warum im "Stilleben mit Straße" überhaupt keine Grenze mehr zwischen dem Haus, in dem sich das Bücherbrett befindet, und der Straße außerhalb des Hauses existiert, so daß das Bücherbrett nahtlos in die Straße übergeht – und dies bezeichnenderweise unter Verfälschung der klassisch korrekten Perspektiven zwischen dem System und seiner Umgebung. Betrachtet man das "Stilleben mit Spiegel", so bemerkt man die klassisch gesehen paradoxe Situation, daß der sich in einem System, dem Haus, befindliche Spiegel die Umgebung des Hauses, eine Gasse, statt das Innere (genauer: das, was sich vor dem Spiegel befindet) spiegelt.

Literatur

Toth, Alfred, Horizontale und vertikale Ordnung von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

9.5.2013